تمام بورڈز آف انٹرمیڈیٹ اینڈ سیکنڈری ایجوکیشن کے نئے نصاب
اور پیپر پیٹرن کے عین مطابق
ہمدرد
امتحانی
ریاضی
سائنس گروپ
ترمیم و اضافہ شدہ ایڈیشن
پیپر کا مکمل حل
مکمل حل شدہ مشقی سوالات
معروضی سوالات (کثیر الانتخابی + مختصر جوابی)
جماعت
9
A+ گریڈ میں 100 فیصد یقینی کامیابی کے حصول کا واحد ذریعہ

سلیبس ریاضی نہم سائنس گروپ

	اپریل	مئی/جون (جزوی)	(جزوی) اگست/ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر	جنوری	فروری	مارچ
جنرل ریاضی	یونٹ نمبر: 1 قالب اور قالبوں کا مقطع ٹیکسٹ بک صفحہ 1 تا 36	یونٹ نمبر: 2 - 3 حقیقی اور غیر حقیقی (کمپلیکس) اعداد اور لوگارتھم ٹیکسٹ بک صفحہ 37 تا 88	یونٹ نمبر: 4-6 الجبری جملے اور الجبری کلیے تا الجبری جملوں کا ذو اضعاف اقل، عاد اعظم اور جذر المربع ٹیکسٹ بک صفحہ 89 تا 156	یونٹ نمبر: 7-8 یک درجی مساواتیں اور غیر مساواتیں اور خطی یا لائن (لینئر) گراف اور اس کے مستعملات ٹیکسٹ بک صفحہ 157 تا 201	یونٹ نمبر: 9 - 10 کوآرڈینیٹ جیومیٹری کا تعارف اور متماثل مثلثان ٹیکسٹ بک صفحہ 202 تا 236	یونٹ نمبر: 11 - 14 متوازی الاضلاع اور تکونی اشکال تا نسبت اور تناسب ٹیکسٹ بک صفحہ 237 تا 284	یونٹ نمبر: 15 - 17 مسئلہ فیثا غورث تا عملی جیومیٹری۔ مثلثیں ٹیکسٹ بک صفحہ 285 تا 318	مکمل نصاب کا اعادہ	ایضاً
[illegible] ریاضی (سائنس گروپ)	[illegible] ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 5 تا 61	[illegible] ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 62 تا 115	[illegible] ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 116 تا 210	[illegible] ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 211 تا 266	[illegible] ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 267 تا 306	[illegible] ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 307 تا 374	[illegible] ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 375 تا 432	ایضاً	ایضاً

فہرست

یونٹ 4

الجبری جملے اور الجبری کلیے

ALGEBRAIC EXPRESSIONS AND ALGEBRAIC FORMULAS

تعارف:

حسابیات کے تعمیمی اطلاق کو الجبرا کہتے ہیں۔

الجبری جملے:

مستقل مقداروں یا متغیرات یا دونوں کو بنیادی عمل کے ذریعے ملانے سے الجبری جملہ حاصل ہوتا ہے۔

کثیر رقمی جملہ:

ایسا جملہ جو کئی رقموں پر مشتمل ہو کثیر رقمی جملہ کہلاتا ہے۔

الجبری جملے کی قیمت:

ایک یا ایک سے زیادہ متغیرات پر مشتمل الجبری جملہ میں متغیرات کی جگہ ان کی مخصوص قیمتیں (حقیقی اعداد) درج کی جائیں تو حاصل ہونے والا عدد الجبری جملہ کی قیمت کہلاتا ہے۔

الجبری کلیات:

(i) $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$

(ii) $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

(iii) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

(iv) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3ab(a \pm b) \pm b^3$

(v) $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

حل مشق 4.1

-1 شناخت کیجیے کہ درج ذیل الجبری جملے کثیر رقمی ہیں یا نہیں (ہاں یا نہیں)۔

(i) $3x^2 + \frac{1}{x} - 5$ (ii) $3x^3 - 4x^2 - x\sqrt{x} + 3$ (iii) $x^2 - 3x + \sqrt{2}$ (iv) $\frac{3x}{2x-1} + 8$

جوابات: (i) نہیں (ii) نہیں (iii) ہاں (iv) نہیں

-2 بیان کریں کہ درج ذیل جملے ناطق جملے ہیں یا نہیں۔

(i) $\frac{3\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+5}$ (ii) $\frac{x^3-2x^2+\sqrt{3}}{2+3x-x^2}$ (iii) $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9}$ (iv) $\frac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-3}$

جوابات: (i) نہیں (ii) ہاں (iii) ہاں (iv) نہیں

3- درج ذیل ناطق جملوں کو مختصر ترین شکل میں تبدیل کریں۔

(i) $\frac{120x^2y^3z^5}{30x^3yz^2}$

حل: $\frac{120x^2y^3z^5}{30x^3yz^2} = 4x^2y^3z^5 \times x^{-3}y^{-1}z^{-2} = 4x^{2-3}y^{3-1}z^{5-2} = 4x^{-1}y^2z^3 = \frac{4y^2z^3}{x}$

(ii) $\frac{8a(x+1)}{2(x^2-1)}$

حل: $\frac{8a(x+1)}{2(x^2-1)} = \frac{4a(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{4a}{x-1}$

(iii) $\frac{(x+y)^2-4xy}{(x-y)^2}$

حل: $\frac{(x+y)^2-4xy}{(x-y)^2} = \frac{x^2+y^2+2xy-4xy}{x^2+y^2-2xy} = \frac{x^2+y^2-2xy}{x^2+y^2-2xy} = 1$

(iv) $\frac{(x^3-y^3)(x^2-2xy+y^2)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$

حل: $\frac{(x^3-y^3)(x^2-2xy+y^2)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{(x^3-y^3)(x^2-2xy+y^2)}{(x^3-y^3)}$

$= x^2+y^2-2xy = (x-y)^2$

(v) $\frac{(x+2)(x^2-1)}{(x+1)(x^2-4)}$

حل: $\frac{(x+2)(x^2-1)}{(x+1)(x^2-4)} = \frac{(x+2)(x+1)(x-1)}{(x+1)(x+2)(x-2)} = \frac{(x-1)}{(x-2)}$

(vi) $\frac{x^2-4x+4}{2x^2-8}$

حل: $\frac{x^2-4x+4}{2x^2-8} = \frac{(x-2)^2}{2(x^2-4)} = \frac{(x-2)(x-2)}{2(x+2)(x-2)} = \frac{x-2}{2(x+2)}$

(vii) $\frac{64x^5-64x}{(8x^2+8)(2x+2)}$

حل: $\frac{64x^5-64x}{(8x^2+8)(2x+2)} = \frac{64x(x^4-1)}{8(x^2+1)2(x+1)} = \frac{64x(x^2+1)(x^2-1)}{16(x^2+1)(x+1)}$

$= \frac{4x(x^2-1)}{x+1} = \frac{4x(x+1)(x-1)}{(x+1)} = 4x(x-1)$

(viii) $\frac{9x^2-(x^2-4)^2}{4+3x-x^2}$

حل: $\frac{9x^2-(x^2-4)^2}{4+3x-x^2}=\frac{(3x)^2-(x^2-4)^2}{4+3x-x^2}=\frac{(3x-x^2+4)(3x+x^2-4)}{(3x-x^2+4)}=(3x+x^2-4)=x^2+3x-4$

4- قیمت معلوم کریں۔ (a) $\frac{x^3y-2z}{xz}$ جبکہ

(i) $x=3, y=-1, z=-2$ (ii) $x=-1, y=-9, z=4$

حل: (i) $\frac{x^3y-2z}{xz}=\frac{(3)^3(-1)-2(-2)}{(3)(-2)}=\frac{(27)(-1)+4}{-6}=\frac{-23}{-6}=\frac{23}{6}=3\frac{5}{6}$

حل: (ii) $\frac{x^3y-2z}{xz}=\frac{(-1)^3(-9)-2(4)}{(-1)(4)}=\frac{9-8}{-4}=-\frac{1}{4}$

(b) $\frac{x^2y^3-5z^4}{xyz}$ جبکہ $x=4, y=-2, z=-1$

حل: $\frac{x^2y^3-5z^4}{xyz}=\frac{(4)^2(-2)^3-5(-1)^4}{(4)(-2)(-1)}=\frac{16(-8)-5(1)}{8}$

$=\frac{-128-5}{8}=-\frac{133}{8}=-16\frac{5}{8}$

5- دیے گئے عمل کی تکمیل کرتے ہوئے مختصر کریں۔

(i) $\frac{15}{2x-3y}-\frac{4}{3y-2x}$

حل: $\frac{15}{2x-3y}-\frac{4}{3y-2x}=\frac{15}{2x-3y}-\frac{4}{-(2x-3y)}=\frac{15}{2x-3y}+\frac{4}{2x-3y}=\frac{15+4}{2x-3y}=\frac{19}{2x-3y}$

(ii) $\frac{1+2x}{1-2x}-\frac{1-2x}{1+2x}$

حل: $\frac{1+2x}{1-2x}-\frac{1-2x}{1+2x}=\frac{(1+2x)^2-(1-2x)^2}{(1-2x)(1+2x)}=\frac{1+4x^2+4x-(1+4x^2-4x)}{(1)^2-(2x)^2}$

$=\frac{1+4x^2+4x-1-4x^2+4x}{1-4x^2}=\frac{8x}{1-4x^2}$

(iii) $\frac{x^2-25}{x^2-36}-\frac{x+5}{x+6}$

حل: $\frac{x^2-25}{x^2-36}-\frac{x+5}{x+6}=\frac{(x^2-25)-(x+5)(x-6)}{x^2-36}=\frac{(x+5)(x-5)-(x+5)(x-6)}{x^2-36}$

$=\frac{(x+5)(x-5)-(x+5)(x-6)}{x^2-36}=\frac{(x+5)(x-5-x+6)}{x^2-36}=\frac{(x+5)(1)}{x^2-36}=\frac{x+5}{x^2-36}$

(iv) $\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}-\frac{2xy}{x^2-y^2}$

حل:

$$\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}-\frac{2xy}{x^2-y^2}=\frac{x(x+y)-y(x-y)-2xy}{x^2-y^2}=\frac{x^2+xy-xy+y^2-2xy}{x^2-y^2}=\frac{x^2+y^2-2xy}{(x+y)(x-y)}=\frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)}$$

$$=\frac{(x-y)(x-y)}{(x+y)(x-y)}=\frac{x-y}{x+y}$$

(v) $\frac{x-2}{x^2+6x+9}-\frac{x+2}{2x^2-18}$

حل:

$$\frac{x-2}{x^2+6x+9}-\frac{x+2}{2x^2-18}=\frac{x-2}{(x)^2+2(x)(3)+(3)^2}-\frac{x+2}{2(x+3)(x-3)}$$

$$=\frac{x-2}{(x+3)^2}-\frac{x+2}{2(x+3)(x-3)}=\frac{2(x-3)(x-2)-(x+2)(x+3)}{2(x-3)(x+3)^2}$$

$$=\frac{2(x^2-2x-3x+6)-(x^2+3x+2x+6)}{2(x-3)(x+3)^2}$$

$$=\frac{2(x^2-5x+6)-(x^2+5x+6)}{2(x-3)(x+3)^2}$$

$$=\frac{2x^2-10x+12-x^2-5x-6}{2(x-3)(x+3)^2}=\frac{x^2-15x+6}{2(x-3)(x+3)^2}$$

(vi) $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4-1}$

حل:

$$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4-1}$$

$$=\frac{(x+1)(x^2+1)-(x-1)(x^2+1)-2(x^2-1)-4}{(x^4-1)}$$

$$=\frac{(x^3+x+x^2+1)-(x^3+x-x^2-1)-(2x^2-2)-4}{(x^4-1)}$$

$$=\frac{x^3+x^2+x+1-x^3+x^2-x+1-2x^2+2-4}{x^4-1}$$

$$=\frac{0}{x^4-1}=0$$

6- دیے گئے عمل (عوامل) سے مختصر کریں۔

(i) $(x^2-49).\frac{5x+2}{x+7}$

حل:

$$(x^2-49).\frac{5x+2}{x+7}=(x+7)(x-7).\frac{5x+2}{(x+7)}=(x-7)(5x+2)$$

(ii) $\frac{4x-12}{x^2-9} \div \frac{18-2x^2}{x^2+6x+9}$

حل: $\frac{4x-12}{x^2-9} \div \frac{18-2x^2}{x^2+6x+9}$

$$=\frac{4(x-3)}{(x+3)(x-3)} \div \frac{2(9-x^2)}{(x)^2+2(x)(3)+(3)^2} = \frac{4(x-3)}{(x+3)(x-3)} \times \frac{(x+3)^2}{2\left[(3)^2-(x)^2\right]}$$

$$=\frac{4(x-3)}{(x+3)(x-3)} \times \frac{(x+3)(x+3)}{2(3+x)(3-x)} = \frac{2}{(3-x)}$$

(iii) $\frac{x^6-y^6}{x^2-y^2} \div \left(x^4+x^2y^2+y^4\right)$

حل: $\frac{x^6-y^6}{x^2-y^2} \div \left(x^4+x^2y^2+y^4\right) = \frac{(x^2)^3-(y^2)^3}{(x^2-y^2)} \times \frac{1}{(x^4+x^2y^2+y^4)}$

$$=\frac{(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)}{(x^2-y^2)} \times \frac{1}{(x^4+x^2y^2+y^4)} = 1$$

(iv) $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x+5}{1-x}$

حل: $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x+5}{1-x} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+5}{-(x-1)} = \frac{(x+1)}{(x+1)(x+1)} \cdot -(x+5) = \frac{-(x+5)}{x+1}$

(v) $\frac{x^2+xy}{y(x+y)} \cdot \frac{x^2+xy}{y(x+y)} \div \frac{x^2-x}{xy-2y}$

حل: $\frac{x^2+xy}{y(x+y)} \cdot \frac{x^2+xy}{y(x+y)} \div \frac{x^2-x}{xy-2y} = \frac{x(x+y)}{y(x+y)} \cdot \frac{x(x+y)}{y(x+y)} \div \frac{x^2-x}{xy-2y}$

$$=\frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \times \frac{xy-2y}{x^2-x} = \frac{x^2}{y^2} \times \frac{y(x-2)}{x(x-1)} = \frac{x(x-2)}{y(x-1)}$$

حل مشق 4.2

1- (i) اگر $a+b=10$ اور $a-b=6$ ہو تو (a^2+b^2) کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $a+b=10$، $a-b=6$، $(a^2+b^2)=?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$2(a^2+b^2)=(a+b)^2+(a-b)^2$$

$$2(a^2+b^2)=(10)^2+(6)^2=100+36=136$$

$$a^2+b^2=\frac{136}{2}=68$$

(ii) اگر $a + b = 5$ اور $a - b = \sqrt{17}$ ہو تو ab کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $a + b = 5$، $a - b = \sqrt{17}$

ہم جانتے ہیں کہ

$$4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$$

$$4ab = (5)^2 - \left(\sqrt{17}\right)^2 = 25 - 17 = 8$$

$$ab = \frac{8}{4} = 2$$

-2 اگر $a^2 + b^2 + c^2 = 45$ اور $a+b+c = -1$ ہو تو $ab+bc+ca$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $a^2 + b^2 + c^2 = 45$، $a + b + c = -1$، $ab + bc + ca = ?$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$(-1)^2 = 45 + 2(ab + bc + ca)$$

$$1 = 45 + 2(ab + bc + ca)$$

$$-44 = 2(ab + bc + ca)$$

یا $$ab + bc + ca = -22$$

-3 اگر $m + n + p = 10$ اور $mn + np + mp = 27$ ہو تو $m^2 + n^2 + p^2$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $m + n + p = 10$، $mn + np + mp = 27$ ہو تو $m^2 + n^2 + p^2 = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$(m+n+p)^2 = m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + np + mp)$$

$$(10)^2 = m^2 + n^2 + p^2 + 2(27)$$

$$100 = m^2 + n^2 + p^2 + 54$$

$$100 - 54 = m^2 + n^2 + p^2$$

$$46 = m^2 + n^2 + p^2$$

$$m^2 + n^2 + p^2 = 46$$

-4 اگر $x^2 + y^2 + z^2 = 78$ اور $xy + yz + zx = 59$ ہو تو $x + y + z$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $x^2 + y^2 + z^2 = 78$، $xy + yz + zx = 59$، $x + y + z = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$(x + y + z)^2 = 78 + 2(59)$$

$$(x + y + z)^2 = 78 + 118$$

$$(x + y + z)^2 = 196$$

$$\sqrt{(x + y + z)^2} = \sqrt{196}$$

$$x + y + z = \pm 14$$

-5 اگر $x + y + z = 12$ اور $x^2 + y^2 + z^2 = 64$ ہو تو $xy + yz + zx$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $x + y + z = 12$, $x^2 + y^2 + z^2 = 64$, $xy + yz + zx = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$$
$$(12)^2 = 64 + 2(xy + yz + zx)$$
$$144 = 64 + 2(xy + yz + zx)$$
$$144 - 64 = 2(xy + yz + zx)$$
$$80 = 2(xy + yz + zx)$$
$$\frac{80}{2} = xy + yz + zx$$
$$40 = xy + yz + zx$$
$$xy + yz + zx = 40$$

-6 اگر $x + y = 7$ اور $xy = 12$ ہو تو $x^3 + y^3$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $x + y = 7$، $xy = 12$، $x^3 + y^3 = ?$

اب $x + y = 7$

$$(x+y)^3 = (7)^3$$
$$x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = 343$$
$$x^3 + y^3 + 3(12)(7) = 343$$
$$x^3 + y^3 + 252 = 343$$
$$x^3 + y^3 = 343 - 252 = 91$$

-7 اگر $3x + 4y = 11$ اور $xy = 12$ ہو تو $27x^3 + 64y^3$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $3x + 4y = 11$, $xy = 12$, $27x^3 + 64y^3 = ?$

اب $3x + 4y = 11$

$$(3x+4y)^3 = (11)^3$$
$$(3x)^3 + (4y)^3 + 3(3x)(4y)(3x+4y) = (11^3)$$
$$27x^3 + 64y^3 + 36(xy)(11) = 1331$$
$$27x^3 + 64y^3 + 36(12)(11) = 1331$$
$$27x^3 + 64y^3 + 4752 = 1331$$
$$27x^3 + 64y^3 = 1331 - 4752 = -3421$$

-8 اگر $x - y = 4$ اور $xy = 21$ ہو تو $x^3 - y^3$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $x - y = 4$, $xy = 21$, $x^3 - y^3 = ?$

$$x - v = 4$$
$$(x-y)^3 = (4)^3$$

$$x^3 - 3(xy)(x-y) - y^3 = 64$$
$$x^3 - 3(21)(4) - y^3 = 64$$
$$x^3 - y^3 - 252 = 64$$
$$x^3 - y^3 = 64 + 252 = 316$$

9- اگر $5x-6y = 13$ اور $xy = 6$ ہو تو $125x^3 - 216y^3$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $5x-6y = 13$ ، $xy = 6$ ، $125x^3 - 216y^3 = ?$

$$5x - 6y = 13$$
$$(5x-6y)^3 = (13)^3$$
$$(5x)^3 - (6y)^3 - 3(5x)(6y)(5x-6y) = 2197$$
$$125x^3 - 216y^3 - 90(xy)(5x-6y) = 2197$$
$$125x^3 - 216y^3 - 90(6)(13) = 2197$$
$$125x^3 - 216y^3 - 7020 = 2197$$
$$12x^3 - 216y^3 = 2197 + 7020 = 9217$$

10- اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ ہو تو $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $x + \frac{1}{x} = 3$ ، $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

$$x + \frac{1}{x} = 3$$
$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (3)^3$$
$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(x)\left(\frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$$
$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(3) = 27$$
$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 9 = 27$$
$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 27 - 9 = 18$$

11- اگر $x - \frac{1}{x} = 7$ ہو تو $x^3 - \frac{1}{x^3}$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $x - \frac{1}{x} = 7$ ، $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$

$$x - \frac{1}{x} = 7$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = (7)^3$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(x)\left(\frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 343$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(7) = 343$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 21 = 343$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 343 + 21 = 364$$

-12 اگر $\left(3x + \frac{1}{3x}\right) = 5$ ہو تو $\left(27x^3 + \frac{1}{27x^3}\right)$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $3x + \frac{1}{3x} = 5$, $\left(27x^3 + \frac{1}{27x^3}\right) = ?$

$$3x + \frac{1}{3x} = 5$$

$$\left(3x + \frac{1}{3x}\right)^3 = (5)^3$$

$$(3x)^3 + \left(\frac{1}{3x}\right)^3 + 3(3x)\left(\frac{1}{3x}\right)\left(3x + \frac{1}{3x}\right) = 125$$

$$(3x)^3 + \left(\frac{1}{3x}\right)^3 + 3\left(3x + \frac{1}{3x}\right) = 125$$

$$27x^3 + \frac{1}{27x^3} + 3(5) = 125$$

$$27x^3 + \frac{1}{27x^3} + 15 = 125$$

$$27x^3 + \frac{1}{27x^3} = 125 - 15 = 110$$

-13 اگر $\left(5x - \frac{1}{5x}\right) = 6$ ہو تو $\left(125x^3 - \frac{1}{125x^3}\right)$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: معلوم $5x - \frac{1}{5x} = 6$, $\left(125x^3 - \frac{1}{125x^3}\right) = ?$

$$5x - \frac{1}{5x} = 6$$

$$\left(5x-\frac{1}{5x}\right)^3=(6)^3$$

$$(5x)^3-\left(\frac{1}{5x}\right)^3-3(5x)\left(\frac{1}{5x}\right)\left(5x-\frac{1}{5x}\right)=216$$

$$125x^3-\frac{1}{125x^3}-3(6)=216$$

$$125x^3-\frac{1}{125x^3}-18=216$$

$$125x^3-\frac{1}{125x^3}=216+18=234$$

14- تجزی کریں۔

(i) x^3-y^3-x+y

حل: (i)

$$x^3-y^3-x+y=(x^3-y^3)-(x-y)$$

$$=(x-y)(x^2+xy+y^2)-(x-y)$$

$$=(x-y)\left[(x^2+xy+y^2)-1\right]$$

$$=(x-y)(x^2+xy+y^2-1)$$

(ii) $8x^3-\frac{1}{27y^3}$

حل: (ii)

$$8x^3-\frac{1}{27y^3}=(2x)^3-\left(\frac{1}{3y}\right)^3=\left(2x-\frac{1}{3y}\right)\left[(2x)^2+(2x)\left(\frac{1}{3y}\right)+\left(\frac{1}{3y}\right)^2\right]$$

$$=\left(2x-\frac{1}{3y}\right)\left(4x^2+\frac{2x}{3y}+\frac{1}{9y^2}\right)$$

15- کلیات کی مدد سے حاصل ضرب معلوم کریں۔

(i) $(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$

حل:

$$(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)=(x^2+y^2)\left[(x^2)^2-(x^2)(y^2)+(y^2)^2\right]$$

$$=(x^2)^3+(y^2)^3=x^6+y^6$$

(ii) $(x^3-y^3)(x^6+x^3y^3+y^6)$

حل:

$$(x^3-y^3)(x^6+x^3y^3+y^6)=(x^3-y^3)\left[(x^3)^2+(x^3)(y^3)+(y^3)^2\right]$$

$$=(x^3)^3-(y^3)^3=x^9-y^9$$

(iii) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$

حل:

$$(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$$

$$=\left[(x-y)(x^2+xy+y^2)\right]\left[(x+y)(x^2-xy+y^2)\right]\left[(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)\right]$$

$$=(x^3-y^3)(x^3+y^3)(x^6+y^6)$$

$$=\left[(x^3)^2-(y^3)^2\right](x^6+y^6)$$

$$=(x^6-y^6)(x^6+y^6)=(x^6)^2-(y^6)^2=x^{12}-y^{12}$$

iv) $(2x^2-1)(2x^2+1)(4x^4+2x^2+1)(4x^4-2x^2+1)$

حل: $(2x^2-1)(2x^2+1)(4x^4+2x^2+1)(4x^4-2x^2+1)$

$$=(2x^2-1)(4x^4+2x^2+1)(2x^2+1)(4x^4-2x^2+1)$$

$$=\left[(2x^2)^3-(1)^3\right]\left[(2x^2)^3+(1)^3\right]$$

$$=(8x^6-1)(8x^6+1)$$

$$=(8x^6)^2-(1)^2=(8x^6)^2-(1)^2 \quad =64x^{12}-1$$

دریاصم:

ایسی غیر ناطق مقدار یا جملہ جس میں جذری علامت $\sqrt{\ }$ کے نیچے ناطق مقدار درج ہو، مقدار اصم کہلاتی ہے۔

مقادیر اصم پر بنیادی عوامل کا اطلاق

(a) مقادیر اصم کی جمع و تفریق: مثلاً $4\sqrt{3}-3\sqrt{27}+2\sqrt{75}$

(b) مقادیر اصم کی ضرب اور تقسیم: مثلاً

$$\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

حل مشق 4.3

-1 درج ذیل ہر ایک مقدار اصم کو مختصر ترین شکل میں لکھیں۔

(i) $\sqrt{180}$

حل: $\sqrt{180}=\sqrt{2\times2\times3\times3\times5}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}=6\sqrt{5}$

(ii) $3\sqrt{162}$

حل: $3\sqrt{162}=3\sqrt{2\times3\times3\times3\times3}=3\sqrt{2\times3^2\times3^2}=3\times3\times3\sqrt{2}=27\sqrt{2}$

(iii) $\frac{3}{4}\sqrt[3]{128}$

حل: $\frac{3}{4}\sqrt[3]{128}=\frac{3}{4}(128)^{1/3}=\frac{3}{4}(2\times2\times2\times2\times2\times2\times2)^{\frac{1}{3}}=\frac{3}{4}(2^3\times2^3\times2)^{\frac{1}{3}}$

$$=2\times2\times\frac{3}{4}\sqrt[3]{2}=3\sqrt[3]{2}=3\sqrt[3]{2}$$

(iv) $\sqrt[5]{96x^6y^7z^8}$

حل: $\sqrt[5]{96x^6y^7z^8} = \sqrt[5]{2\times2\times2\times2\times2\times3x^6y^7z^8}$

$= \sqrt[5]{2^2\times2^2\times2\times3\times x^2\times x^2\times x^2\times y^2\times y^2\times y^2\times y\times z^2\times z^2\times z^2\times z^2}$

$= \left(2^5\times3\times x^6\times y^7\times z^8\right)^{\frac{1}{5}} = \left(2^{5\times\frac{1}{5}}\times3^{\frac{1}{5}}\times x^{\frac{6}{5}}\times y^{\frac{7}{5}}\times z^{\frac{8}{5}}\right) = 2xyz\left(3xy^2z^3\right)^{\frac{1}{5}}$

$= 2xyz\sqrt[5]{3xy^2z^3}$

-2 مختصر کریں۔

(i) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}\sqrt{2}}$

حل: $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3\times2\times3}}{\sqrt{3}\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{2}} = \sqrt{3}$

(ii) $\dfrac{\sqrt{21}\sqrt{9}}{\sqrt{63}}$

حل: $\dfrac{\sqrt{21}\sqrt{9}}{\sqrt{63}} = \dfrac{\sqrt{7\times3}\sqrt{9}}{\sqrt{7\times9}} = \dfrac{\sqrt{7}\sqrt{3}\sqrt{9}}{\sqrt{7}\sqrt{9}} = \sqrt{3}$

(iii) $\sqrt[5]{243x^5y^{10}z^{15}}$

حل: $\sqrt[5]{243x^5y^{10}z^{15}} = \left(243x^5y^{10}z^{15}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(3^5\right)^{\frac{1}{5}}\left(x^5\right)^{\frac{1}{5}}\left(y^{10}\right)^{\frac{1}{5}}\left(z^{15}\right)^{\frac{1}{5}} = 3xy^2z^3$

(iv) $\dfrac{4}{5}\sqrt[3]{125}$

حل: $\dfrac{4}{5}\sqrt[3]{125} = \dfrac{4}{5}(125)^{\frac{1}{3}} = \dfrac{4}{5}\left(5^3\right)^{\frac{1}{3}} = \dfrac{4}{5}(5) = 4$

(v) $\sqrt{21}\times\sqrt{7}\times\sqrt{3}$

$\sqrt{21}\times\sqrt{7}\times\sqrt{3} = \sqrt{7\times3}\times\sqrt{7}\times\sqrt{3} = \sqrt{7\times3\times7\times3} = \sqrt{7\times7\times3\times3}$

$= \sqrt{7^2\times3^2} = \left(7^2\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(3^2\right)^{\frac{1}{2}} = 7\times3 = 21$

-3 مشابہ مقادیر اصم میں تحویل کر کے مختصر کریں۔

(i) $\sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 4\sqrt{5}$

حل: $\sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 4\sqrt{5} = \sqrt{3\times3\times5} - 3\sqrt{2\times2\times5} + 4\sqrt{5} = 3\sqrt{5} - 3\times2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$

$= (3-6+4)\sqrt{5} = (1)\sqrt{5} = \sqrt{5}$

(ii) $4\sqrt{12} + 5\sqrt{27} - 3\sqrt{75} + \sqrt{300}$

حل:

$4\sqrt{12} + 5\sqrt{27} - 3\sqrt{75} + \sqrt{300} = 4\sqrt{2\times2\times3} + 5\sqrt{3\times3\times3} - 3\sqrt{3\times5\times5} + \sqrt{3\times2\times2\times5\times5}$

$= 4\times2\sqrt{3} + 5\times3\sqrt{3} - 3\times5\sqrt{3} + 2\times5\sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 15\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = (8+15-15+10)\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$

(iii) $\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{3}\right)$

حل: $\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}\times\sqrt{3}\left(2+3\right)=\sqrt{3\times3}\left(5\right)=3\times5=15$

(iv) $2\left(6\sqrt{5}-3\sqrt{5}\right)$

حل: $2\left(6\sqrt{5}-3\sqrt{5}\right)=2\sqrt{5}\left(6-3\right)=2\sqrt{5}\left(3\right)=2\times3\times\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

-4 مختصر کریں۔

(i) $\left(3+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)$

حل: $\left(3+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)=(3)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=9-3=6$

(ii) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$

حل: $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2+2\left(\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}\right)=5+3+2\sqrt{5\times3}=8+2\sqrt{15}$

(iii) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

حل: $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=5-3=2$

(iv) $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

حل: $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=2-\frac{1}{3}=\frac{6-1}{3}=\frac{5}{3}$

(v) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2)$

حل: $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2)$

$=\left[\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\right]\left(x+y\right)\left(x^2+y^2\right)$

$=\left[\left(\sqrt{x}\right)^2-\left(\sqrt{y}\right)^2\right]\left(x+y\right)\left(x^2+y^2\right)$

$=\left(x-y\right)\left(x+y\right)\left(x^2+y^2\right)$

$=\left[(x-y)(x+y)\right]\left(x^2+y^2\right)=\left[(x)^2-(y)^2\right]\left(x^2+y^2\right)$

$=\left(x^2-y^2\right)\left(x^2+y^2\right)=\left(x^2\right)^2-\left(y^2\right)^2=x^4-y^4$

حل مشق 4.4

-1 مندرجہ ذیل کے مخرجوں کو ناطق بنایئے۔

(i) $\frac{3}{4\sqrt{3}}$

حل: $\frac{3}{4\sqrt{3}}=\frac{3}{4\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{4\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{3\sqrt{3}}{4\times3}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

(ii) $\frac{14}{\sqrt{98}}$

حل: $\frac{14}{\sqrt{98}} = \frac{14}{\sqrt{98}} \times \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{98}} = \frac{14\sqrt{98}}{(\sqrt{98})^2} = \frac{14\sqrt{98}}{98} = \frac{\sqrt{98}}{7} = \frac{\sqrt{7\times7\times2}}{7} = \frac{7\sqrt{2}}{7} = \sqrt{2}$

(iii) $\frac{6}{\sqrt{8}\sqrt{27}}$

حل: $\frac{6}{\sqrt{8}\sqrt{27}} = \frac{6}{\sqrt{216}} \times \frac{\sqrt{216}}{\sqrt{216}} = \frac{6\sqrt{216}}{(\sqrt{216})^2} = \frac{6\sqrt{6\times6\times6}}{216} = \frac{6\times6\sqrt{6}}{216} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

(iv) $\frac{1}{3+2\sqrt{5}}$

حل: $\frac{1}{3+2\sqrt{5}} = \frac{1}{3+2\sqrt{5}} \times \frac{3-2\sqrt{5}}{3-2\sqrt{5}} = \frac{3-2\sqrt{5}}{(3)^2-(2\sqrt{5})^2}$

$= \frac{3-2\sqrt{5}}{9-4\times5} = \frac{3-2\sqrt{5}}{9-20} = \frac{3-2\sqrt{5}}{-11} = -\frac{1}{11}(3-2\sqrt{5})$

(v) $\frac{15}{\sqrt{31}-4}$

حل: $\frac{15}{\sqrt{31}-4} = \frac{15}{\sqrt{31}-4} \times \frac{\sqrt{31}+4}{\sqrt{31}+4} = \frac{15(\sqrt{31}+4)}{(\sqrt{31})^2-(4)^2} = \frac{15(\sqrt{31}+4)}{31-16} = \frac{15(\sqrt{31}+4)}{15} = \sqrt{31}+4$

(vi) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

حل: $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$

(vii) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

حل: $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3})^2-(1)^2} = \frac{(\sqrt{3})^2+(1)^2-2(\sqrt{3})(1)}{3-1} = \frac{3+1-2\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(2-\sqrt{3})}{2} = 2-\sqrt{3}$

(viii) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

حل: $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}$

$$=\frac{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2+2(\sqrt{5})(\sqrt{3})}{5-3}=\frac{5+3+2\sqrt{15}}{2}=\frac{8+2\sqrt{15}}{2}=\frac{2(4+\sqrt{15})}{2}=4+\sqrt{15}$$

-2 $x+\sqrt{y}$ قسم کے درج ذیل مقادیر اصم کے زوج معلوم کیجیے۔

(i) $3+\sqrt{7}$

حل: فرض کیا $z=3+\sqrt{7}$

z کا کانجوگیٹ ہے۔ $\bar{z}=\overline{3+\sqrt{7}}=3-\sqrt{7}$

(ii) $4-\sqrt{5}$

حل: فرض کیا $z=4-\sqrt{5}$

z کا کانجوگیٹ ہے۔ $\bar{z}=\overline{4-\sqrt{5}}=4+\sqrt{5}$

(iii) $2+\sqrt{3}$

حل: فرض کیا $z=2+\sqrt{3}$

z کا کانجوگیٹ ہے۔ $\bar{z}=\overline{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

(iv) $2+\sqrt{5}$

حل: فرض کیا $z=2+\sqrt{5}$

z کا کانجوگیٹ ہے۔ $\bar{z}=\overline{2+\sqrt{5}}=2-\sqrt{5}$

(v) $5+\sqrt{7}$

حل: فرض کیا $z=5+\sqrt{7}$

z کا کانجوگیٹ ہے۔ $\bar{z}=\overline{5+\sqrt{7}}=5-\sqrt{7}$

(vi) $4-\sqrt{15}$

حل: فرض کیا $z=4-\sqrt{15}$

z کا کانجوگیٹ ہے۔ $\bar{z}=\overline{4-\sqrt{15}}=4+\sqrt{15}$

(vii) $7-\sqrt{6}$

حل: فرض کیا $z=7-\sqrt{6}$

z کا کانجوگیٹ ہے۔ $\bar{z}=\overline{7-\sqrt{6}}=7+\sqrt{6}$

(viii) $9+\sqrt{2}$

حل: فرض کیا $z=9+\sqrt{2}$

z کا کانجوگیٹ ہے۔ $\bar{z}=\overline{9+\sqrt{2}}=9-\sqrt{2}$

(i)-3 اگر $x=2-\sqrt{3}$ ہو تو $\frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل:

$x=2-\sqrt{3}$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{2-\sqrt{3}}\times\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2)^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=\frac{2+\sqrt{3}}{1}=2+\sqrt{3}$$

(ii) اگر $x=4-\sqrt{17}$ ہو تو $\frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل:

$x=4-\sqrt{17}$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{4-\sqrt{17}}\times\frac{4+\sqrt{17}}{4+\sqrt{17}}=\frac{4+\sqrt{17}}{(4)^2-\left(\sqrt{17}\right)^2}=\frac{4+\sqrt{17}}{16-17}=\frac{4+\sqrt{17}}{-1}$$

$$=-\left(4+\sqrt{17}\right)=-4-\sqrt{17}$$

(iii) اگر $x=\sqrt{3}+2$ ہو تو $x+\frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: $\because \quad x=\sqrt{3}+2$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{\sqrt{3}+2}\times\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-2}=\frac{\sqrt{3}-2}{\left(\sqrt{3}\right)^2-(2)^2}=\frac{\sqrt{3}-2}{3-4}=\frac{\sqrt{3}-2}{-1}=-\sqrt{3}+2$$

$$x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2=4$$

-4 مختصر کیجیے۔

(i) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

حل:

$$\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}+\frac{\left(1-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}$$

$$=\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{5-3}+\frac{\left(1-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{5-3}$$

$$=\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{2}+\frac{\left(1-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{2}$$

$$=\frac{\left[(1)(\sqrt{5})-(1)(\sqrt{3})+(\sqrt{2})(\sqrt{5})-(\sqrt{2})(\sqrt{3})\right]+\left[(1)\sqrt{5}+(1)(\sqrt{3})-(\sqrt{2})(\sqrt{5})-(\sqrt{2})(\sqrt{3})\right]}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{10}-\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$$

$$=\frac{2\sqrt{5}-2\sqrt{6}}{2}=\frac{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{6}\right)}{2}=\sqrt{5}-\sqrt{6}$$

(ii) $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}+\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\dfrac{1}{2+\sqrt{5}}$

حل:

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{1}{2+\sqrt{5}}$$

$$=\frac{1}{2+\sqrt{3}}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{1}{2+\sqrt{5}}\times\frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}$$

$$=\frac{2-\sqrt{3}}{(2)^2-(\sqrt{3})^2}+\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}+\frac{2-\sqrt{5}}{(2)^2-(\sqrt{5})^2}$$

$$=\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}+\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}+\frac{2-\sqrt{5}}{4-5}=\frac{2-\sqrt{3}}{1}+\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}+\frac{2-\sqrt{5}}{-1}$$

$$=(2-\sqrt{3})+(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(2-\sqrt{5})$$

$$=2-\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-2+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$$

(iii) $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

حل:

$$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}-\frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}-\frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{5-2}=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1}-\frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{3}$$

$$=\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{2}=0$$

(i)-5 اگر $x=2+\sqrt{3}$ ہو تو $x-\frac{1}{x}$ اور $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$ کی قیمتیں معلوم کریں۔

حل: چونکہ $x=2+\sqrt{3}$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2)^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}=2-\sqrt{3}$$

$$x-\frac{1}{x}=(2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})=2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$

$x-\frac{1}{x}=2\sqrt{3}$ دونوں طرف مربع لینے سے۔

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=(2\sqrt{3})^2$$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=12$$

(ii) اگر $x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ ہو تو $x + \frac{1}{x}$ ، $x^2 + \frac{1}{x^2}$ اور $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کی قیمتیں معلوم کریں۔

[اشارہ: $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ اور $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$]

حل:

$$x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \text{ اور } \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$x+\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}$$

$$= \frac{5+2-2\sqrt{10}+5+2+2\sqrt{10}}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{14}{3}$$

اب

$$x+\frac{1}{x} = \frac{14}{3}$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{14}{3}\right)^2$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}+2 = \frac{196}{9}$$

$$x^2+\frac{1}{x^2} = \frac{196}{9}-2 = \frac{178}{9}$$

اب

$$x+\frac{1}{x} = \frac{14}{3}$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^3 = \left(\frac{14}{3}\right)^3$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}+3(x)\left(\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right) = \frac{2744}{27}$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}+3\left(\frac{14}{3}\right) = \frac{2744}{27}$$

$$x^3+\frac{1}{x^3} = \frac{2744}{27}-14 = \frac{2366}{27}$$

-6 اگر $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} + \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = a+b\sqrt{3}$ ہو تو ناطق اعداد a اور b کی قیمتیں معلوم کریں۔

حل:

$$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} + \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = a+b\sqrt{3}$$

$$\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2+\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)} = a+b\sqrt{3}$$

$$\frac{3+1+2\sqrt{3}+3+1-2\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-(1)^2}=a+b\sqrt{3}$$

$$\frac{8}{2}=a+b\sqrt{3}$$

$$4=a+b\sqrt{3}$$

دونوں اطراف کا موازنہ کرنے سے ہمیں حاصل ہوا۔

$a=4,\quad b=0$

حل اعادہ مشق 4

-1 دیے ہوئے جوابات میں سے درست جواب کا انتخاب کیجیے۔

(i) $(4x+3y-2)$ ایک الجبری .... ہے۔

(a) جملہ (b) فقرہ (c) مساوات (d) غیر مساوات

(ii) کثیر رقمی $4x^4+2x^2y$ کا درجہ .... ہے۔

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(iii) a^3+b^3 برابر ہے ....۔

(a) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ (b) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(c) $(a-b)(a^2-ab+b^2)$ (d) $(a-b)(a^2+ab-b^2)$

(iv) $(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$ برابر ہے ....

(a) 7 (b) -7 (c) -1 (d) 1

(v) مقدار اصم $a+\sqrt{b}$ کا زوج جملہ .... ہے۔

(a) $-a+\sqrt{b}$ (b) $a-\sqrt{b}$ (c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ (d) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

(vi) $\frac{1}{a-b}-\frac{1}{a+b}$ برابر ہے ....

(a) $\frac{2a}{a^2-b^2}$ (b) $\frac{2b}{a^2-b^2}$ (c) $\frac{-2a}{a^2-b^2}$ (d) $\frac{-2b}{a^2-b^2}$

(vii) $\frac{a^2-b^2}{a+b}$ برابر ہے ....

(a) $(a-b)^2$ (b) $(a+b)^2$ (c) $a+b$ (d) $a-b$

(viii) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$ برابر ہے ....

(a) a^2+b^2 (b) a^2-b^2 (c) $a-b$ (d) $a+b$

جوابات: (i) a (ii) d (iii) b (iv) a (v) b (vi) b (vii) d (viii) c

-2 خالی جگہ پُر کریں۔

(i) کثیر رقمی $x^2y^2+3xy+y^3$ کا درجہ .... ہے۔

(ii) x^2-4 برابر ہے ....

(iii) $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)(............)$

(iv) $2(a^2+b^2)=(a+b)^2+(............)^2$

(v) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=$ ....

(vi) مقدار اصم $\sqrt[3]{x}$ کا درجہ .... ہے

(vii) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}=$ ....

جوابات: (i) 4 (ii) $(x-2)(x+2)$ (iii) $x^2-1+\frac{1}{x^2}$ (iv) $(a-b)^2$

(v) $x^2+\frac{1}{x^2}-2$ (vi) 3 (vii) $2+\sqrt{3}$

-3 اگر $x+\frac{1}{x}=3$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $x^2+\frac{1}{x^2}$ (ii) $x^4+\frac{1}{x^4}$

حل: (i)

$x+\frac{1}{x}=3$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=(3)^2$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}+2(x)\left(\frac{1}{x}\right)=9$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}+2=9$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=9-2=7$$

حل: (ii)

$x^2+\frac{1}{x^2}=7$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=(7)^2$$

$$(x^2)^2+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2+2(x^2)\left(\frac{1}{x^2}\right)=49$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}+2=49$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}=49-2=47$$

-4 اگر $x-\frac{1}{x}=2$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $x^2+\frac{1}{x^2}$ (ii) $x^4+\frac{1}{x^4}$

حل: (ii) $x^2+\frac{1}{x^2}=6$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=(6)^2$$

$$\left(x^2\right)^2+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2+2\left(x^2\right)\left(\frac{1}{x^2}\right)=36$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}+2=36$$

$$\Rightarrow x^4+\frac{1}{x^4}=36-2=34$$

حل: (i) $x-\frac{1}{x}=2$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=(2)^2$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}-2=4$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=4+2=6$$

-5 اگر $x+y=5$ اور $x-y=3$ تو x^3+y^3 اور xy کی قیمت معلوم کریں۔

حل: $x+y=5,\quad x-y=3,\quad x^3+y^3=?,\quad xy=?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$$

$$(5)^2-(3)^2=4xy$$

$$25-9=4xy$$

$$16=4xy$$

$$\Rightarrow xy=4$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$$

$$=(5)^3-3(4)(5)$$

$$=125-60=65$$

-6 اگر $p=2+\sqrt{3}$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $p+\frac{1}{p}$ (ii) $p-\frac{1}{p}$ (iii) $p^2+\frac{1}{p^2}$ (iv) $p^2-\frac{1}{p^2}$

حل:

(i) $p+\frac{1}{p}$

$$p=2+\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{p}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}=\frac{2-\sqrt{3}}{1}=2-\sqrt{3}$$

$$p+\frac{1}{p}=\left(2+\sqrt{3}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$$

حل:

(ii) $p-\frac{1}{p}$

$$p=2+\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{p}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2)^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}=\frac{2-\sqrt{3}}{1}=2-\sqrt{3}$$

$$p-\frac{1}{p}=(2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})=2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$

(iii) $p^2+\frac{1}{p^2}$

حل:

$$p+\frac{1}{p}=4$$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$\left(p+\frac{1}{p}\right)^2=(4)^2$$

$$p^2+\frac{1}{p^2}+2(p)\left(\frac{1}{p}\right)=16$$

$$p^2+\frac{1}{p^2}+2=16$$

$$p^2+\frac{1}{p^2}=16-2=14$$

(iv) $p^2-\frac{1}{p^2}$

حل:

$$p^2-\frac{1}{p^2}=\left(p+\frac{1}{p}\right)\left(p+\frac{1}{p}\right)=(4)(2\sqrt{3})=8\sqrt{3}$$

-7 اگر $q=\sqrt{5}+2$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $q+\frac{1}{q}$ **(ii)** $q-\frac{1}{q}$ **(iii)** $q^2+\frac{1}{q^2}$ **(iv)** $q^2-\frac{1}{q^2}$

(i) $q+\frac{1}{q}$

حل:

$$q+\frac{1}{q}$$

$$q=\sqrt{5}+2$$

$$\frac{1}{q}=\frac{1}{\sqrt{5}+2}\times\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2-(2)^2}=\frac{\sqrt{5}-2}{5-4}=\sqrt{5}-2$$

$$q+\frac{1}{q}=\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2=2\sqrt{5}$$

(ii) $q-\frac{1}{q}$

حل:

$$q=2+\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{q}=\frac{1}{2+\sqrt{5}}\times\frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}=\frac{2-\sqrt{5}}{(2)^2-(\sqrt{5})^2}$$

$$=\frac{2-\sqrt{5}}{4-5}=\frac{2-\sqrt{5}}{-1}=-(2-\sqrt{5})=-2+\sqrt{5}$$

$$q-\frac{1}{q}=(2+\sqrt{5})-(-2+\sqrt{5})$$

$$=2+\sqrt{5}+2-\sqrt{5}=4$$

(iii) $q^2+\frac{1}{q^2}$

حل:

$$q+\frac{1}{q}=2\sqrt{5}$$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$\left(q+\frac{1}{q}\right)^2=(2\sqrt{5})^2$$

$$q^2+\frac{1}{q^2}+2(q)\left(\frac{1}{q}\right)=4\times5$$

$$q^2+\frac{1}{q^2}+2=20$$

$$q^2+\frac{1}{q^2}=20-2=18$$

(iv) $q^2-\frac{1}{q^2}$

حل:

$$q+\frac{1}{q}=2\sqrt{5},\ q-\frac{1}{q}=4$$

$$q^2-\frac{1}{q^2}=\left(q+\frac{1}{q}\right)\left(q-\frac{1}{q}\right)$$

$q-\frac{1}{q}=4$ اور $q+\frac{1}{q}=2\sqrt{5}$ کی درج کرنے سے

$$=(2\sqrt{5})(4)=8\sqrt{5}$$

-8 مختصر کریں۔

(i) $\frac{\sqrt{a^2+2}+\sqrt{a^2-2}}{\sqrt{a^2+2}-\sqrt{a^2-2}}$

حل:

$$\frac{\sqrt{a^2+2}+\sqrt{a^2-2}}{\sqrt{a^2+2}-\sqrt{a^2-2}}=\frac{\sqrt{a^2+2}+\sqrt{a^2-2}}{\sqrt{a^2+2}-\sqrt{a^2-2}}\times\frac{\sqrt{a^2+2}+\sqrt{a^2-2}}{\sqrt{a^2+2}+\sqrt{a^2-2}}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{a^2+2}+\sqrt{a^2-2}\right)^2}{\left(\sqrt{a^2+2}\right)^2-\left(\sqrt{a^2-2}\right)^2}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{a^2+2}\right)^2+\left(\sqrt{a^2-2}\right)^2+2\left(\sqrt{a^2+2}\right)\sqrt{a^2-2}}{\left(a^2+2\right)-\left(a^2-2\right)}$$

$$= \frac{a^2+2+a^2-2+2\sqrt{a^4-4}}{a^2+2-a^2+2} = \frac{2a^2+2\sqrt{a^4-4}}{4}$$

$$= \frac{2\left(a^2+\sqrt{a^4-4}\right)}{4} = \frac{a^2+\sqrt{a^4-4}}{2}$$

(ii) $\frac{1}{a-\sqrt{a^2-x^2}}-\frac{1}{a+\sqrt{a^2-x^2}}$

حل:

$$\frac{1}{a-\sqrt{a^2-x^2}}-\frac{1}{a+\sqrt{a^2-x^2}}$$

$$= \frac{\left(a+\sqrt{a^2-x^2}\right)-\left(a-\sqrt{a^2-x^2}\right)}{\left(a-\sqrt{a^2-x^2}\right)\left(a+\sqrt{a^2-x^2}\right)} = \frac{a+\sqrt{a^2-x^2}-a+\sqrt{a^2-x^2}}{a^2-\left(\sqrt{a^2-x^2}\right)^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{a^2-x^2}}{a^2-\left(a^2-x^2\right)} = \frac{2\sqrt{a^2-x^2}}{a^2-a^2+x^2} = \frac{2\sqrt{a^2-x^2}}{x^2}$$

خلاصہ

- ☆ مستقل مقداروں یا متغیرات یا دونوں کو بنیادی عوامل کے ذریعے ملانے سے الجبری جملہ بنتا ہے۔
- ☆ کثیر رقمی سے مراد ایک ایسا جملہ ہے جو کئی رقموں پر مشتمل ہو۔
- ☆ ایک متغیر x میں کثیر رقمی جملے کا درجہ x کا سب سے بڑا قوت نما ہوتا ہے۔
- ☆ $\frac{p(x)}{q(x)}$ کی شکل کا جملہ (جبکہ $q(x) \neq 0$) ناطق جملہ کہلاتا ہے۔ اگر p(x) اور q(x) کثیر رقمیاں ہوں۔
- ☆ ایک غیر ناطق مقدار جس میں جذری علامت $\sqrt{\ }$ کے نیچے ناطق مقدار درج ہو اسے مقدار اصم کہتے ہیں۔
- ☆ $\sqrt[n]{x}$ میں n کو مقدار اصم کا درجہ (order) اور ناطق عدد x کو مجذور (radicand) کہتے ہیں۔
- ☆ ایسی مقدار اصم جس میں ایک ہی رقم موجود ہو یک رقمی مقادیرِ اصم کہلاتی ہے۔
- ☆ دو رقوم کے مجموعہ یا فرق پر مشتمل جملہ جس کے دونوں ارکان یک رقمی مقادیرِ اصم ہوں یا یہ جملہ یک رقمی مقدار اصم اور ایک ناطق عدد کا مجموعہ ہو اسے دو رقمی مقدار اصم (binomial surd) کہتے ہیں۔
- ☆ $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ کی زوج مقدار اصم $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ ہوتی ہے۔

معروضی سوالات

☆ درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔

-1 حسابات کے عمومی اطلاق کو .... کہتے ہیں۔

(A) ریاضی (B) الجبرا (C) جیومیٹری (D) فزکس

-2 الجبری رقوم کو جمع اور تفریق کے ذریعے ملانے سے حاصل ہوتا ہے۔

(A) جملہ (B) الجبری فقرہ (C) الجبری جملہ (D) الجبری رقم

-3 $5xy + \frac{5}{x}$ .... کی مثال ہے۔

(A) جملے (B) الجبری فقرے (C) الجبری جملے (D) الجبری رقوم

-4 .... سے مراد ایسا جملہ ہے جو کئی رقموں پر مشتمل ہو۔

(A) یک رقمی (B) دو رقمی (C) سہ رقمی (D) کثیر رقمی

-5 ایک متغیر x میں کثیر رقمی جملے کا درجہ x کا سب سے بڑا .... ہوتا ہے۔

(A) اساس (B) عددی سر (C) قوت نما (D) اس میں سے کوئی نہیں

-6 ایسا جملہ جس کو .... کی شکل میں لکھا جا سکے ناطق جملہ کہلاتا ہے۔

(A) $p(x)+q(x)$ (B) $p(x)-q(x)$ (C) $p(x)\times q(x)$ (D) $\frac{p(x)}{q(x)}$

-7 ناطق جملہ $\frac{p(x)}{q(x)}$ میں $p(x)$ کو کہتے ہیں۔

(A) عددی سر (B) قوت نما (C) شمارکنندہ (D) مخرج

-8 ناطق جملہ $\frac{p(x)}{q(x)}$ میں $q(x)$ کو کہتے ہیں۔

(A) عددی سر (B) قوت نما (C) شمارکنندہ (D) مخرج

-9 ہر کثیر رقمی جملہ $p(x)$ .... جملہ ہوتا ہے۔

(A) ناطق (B) غیر ناطق (C) نادر (D) غیر نادر

-10 $\frac{p(x)}{q(x)} = \frac{r(x)}{s(x)} \Leftrightarrow ?$

(A) $p(x)q(x) = r(x)s(x)$ (B) $p(x)s(x) = q(x)r(x)$
(C) $p(x)r(x) = q(x)s(x)$ (D) $p(x)s(x) = p(x)r(x)$

-11 $\frac{p(x)k}{q(x)k} = ?$

(A) $\frac{q(x)}{p(x)}$ (B) $\frac{p(x)}{q(x)}k$ (C) $\frac{p(x)}{q(x)}$ (D) $p(x)q(x)$

-12 $\frac{p(x)s(x)+q(x)r(x)}{q(x)\,s(x)} =$ ؟

(A) $\frac{p(x)}{q(x)}+\frac{r(x)}{s(x)}$ (B) $\frac{p(x)}{q(x)}-\frac{r(x)}{s(x)}$ (C) $\frac{p(x)}{q(x)}\times\frac{r(x)}{s(x)}$ (D) $\frac{p(x)}{q(x)}\div\frac{r(x)}{s(x)}$

-13 $\frac{p(x)s(x)-q(x)r(x)}{q(x)\,s(x)} =$ ؟

(A) $\frac{p(x)}{q(x)}+\frac{r(x)}{s(x)}$ (B) $\frac{p(x)}{q(x)}-\frac{r(x)}{s(x)}$ (C) $\frac{p(x)}{q(x)}\times\frac{r(x)}{s(x)}$ (D) $\frac{p(x)}{q(x)}\div\frac{r(x)}{s(x)}$

-14 $\frac{p(x)r(x)}{q(x)s(x)} =$ ؟

(A) $\frac{p(x)}{q(x)}+\frac{r(x)}{s(x)}$ (B) $\frac{p(x)}{q(x)}-\frac{r(x)}{s(x)}$ (C) $\frac{p(x)}{q(x)}\times\frac{r(x)}{s(x)}$ (D) $\frac{p(x)}{q(x)}\div\frac{r(x)}{s(x)}$

-15 $\frac{p(x)}{q(x)}\div\frac{r(x)}{s(x)} = ?$

(A) $\frac{p(x)}{q(x)}+\frac{r(x)}{s(x)}$ (B) $\frac{p(x)}{q(x)}-\frac{r(x)}{s(x)}$ (C) $\frac{p(x)}{q(x)}\times\frac{r(x)}{s(x)}$ (D) $\frac{p(x)}{q(x)}\times\frac{s(x)}{r(x)}$

-16 $\frac{p(x)}{q(x)}$ کا جمعی معکوس ہوتا ہے۔

(A) $p(x)+q(x)$ (B) $\frac{-p(x)}{q(x)}$ (C) $\frac{p(x)}{q(x)}$ (D) $p(x)-q(x)$

-17 $\frac{p(x)}{q(x)}$ کا ضربی معکوس ہوتا ہے۔

(A) $\frac{-p(x)}{q(x)}$ (B) $\frac{p(x)}{q(x)}$ (C) $\frac{q(x)}{p(x)}$ (D) $\frac{-q(x)}{p(x)}$

-18 $\frac{60x^2yz^3}{15xyz}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔

(A) $\frac{1}{4}xyz$ (B) $4xz^2$ (C) $4xyz^2$ (D) $3xyz^2$

-19 $\frac{(x^2-1)(x+1)}{(x-1)}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔

(A) $x+1$ (B) $(x-1)^2$ (C) $(x+1)^2$ (D) $x-1$

-20 $(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})$ کی مختصر ترین شکل ہے۔

(A) $x+y$ (B) $x-y$ (C) $(x+y)^2$ (D) $(x-y)^2$

-21 $\frac{3x^2+18x+27}{5x^2-45}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔

(A) $\frac{x+3}{x-3}$ (B) $\frac{5(x+3)}{3(x-3)}$ (C) $\frac{3(x+3)}{5(x-3)}$ (D) $\frac{3}{5}$

-22 $\frac{x^3y}{xz}$ کی قیمت کیا ہوگی جبکہ $z=4, y=2, x=-1$ ہے؟

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) 1 (D) -1

-23 $\frac{7xy}{x^2-4x+4}$ کی قیمت کیا ہوگی جبکہ: $x=3$ اور $y=1$ ہے؟

(A) -7 (B) 14 (C) 21 (D) -29

-24 $\frac{3y}{x^2-4}$ کی قیمت کیا ہوگی جبکہ $x=-3$ اور $y=1$ ہے؟

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) 6

-25 $4x^3-8x+2y-1$ کی قیمت کیا ہوگی جبکہ $x=-2$ اور $y=3$ ہے؟

(A) -1 (B) -11 (C) $-\frac{3}{5}$ (D) 6

-26 $(a+b)^2 = ?$

(A) $2(a^2+b^2)$ (B) $4ab$ (C) $a^2+2ab+b^2$ (D) $a^2-2ab+b^2$

-27 $(a-b)^2 = ?$

(A) $2(a^2+b^2)$ (B) $4ab$ (C) $a^2+2ab+b^2$ (D) $a^2-2ab+b^2$

-28 $(a+b)^2+(a-b)^2 = ?$

(A) $2(a^2+b^2)$ (B) $4ab$ (C) $a^2+2ab+b^2$ (D) $a^2-2ab+b^2$

-29 $(a+b)^2-(a-b)^2 = ?$

(A) $2(a^2+b^2)$ (B) $4ab$ (C) $a^2+2ab+b^2$ (D) $a^2-2ab+b^2$

-30 $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca =$ ؟

(A) $(a+b+c)^2$ (B) $(a^2+b^2+c^2)$ (C) $(a+b)^2$ (D) $(a-b)^2$

-31 $a^3+3ab(a+b)+b^3 =$ ؟

(A) $(a+b)^2$ (B) $(a+b)^3$ (C) $(a+b+c)^2$ (D) $(a-b)^3$

-32 $a^3-3ab(a-b)-b^3 =$ ؟

(A) $(a+b)^2$ (B) $(a+b)^3$ (C) a^3-b^3 (D) $(a-b)^3$

-33 $(a+b)(a^2-ab+b^2) =$ ؟

(A) $(a+b)^3$ (B) a^3+b^3 (C) $(a-b)^3$ (D) a^3-b^3

-34 $(a-b)(a^2+ab+b^2) =$ ؟

(A) $(a+b)^3$ (B) a^3+b^3 (C) $(a-b)^3$ (D) a^3-b^3

-35 $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4) =$ ؟

(A) x^2-y^2 (B) x^4-y^4 (C) x^6-y^6 (D) x^8-y^8

-36 $x^2+3xy+y^2$ کا درجہ ہے۔

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

-37 ایسی غیر ناطق مقدار یا جملہ جس میں $\sqrt{\ }$ کے نیچے ناطق مقدار درج ہو، اسے کہتے ہیں۔

(A) الجبری فقرہ (B) الجبری جملہ (C) مقدار اصم (D) ناطق جملہ

38- $\sqrt[n]{a}$ کو مقدار اصم کہیں گے اگر a .... ہو۔

(A) ناطق (B) غیر ناطق (C) نادر (D) غیر نادر

39- $\sqrt[n]{a}$ کو مقدار اصم کہیں گے اگر $\sqrt[n]{a}$ .... ہو۔

(A) ناطق (B) غیر ناطق (C) نادر (D) غیر نادر

40- مقدار اصم $\sqrt[n]{a}$ میں n کو مقدار اصم کا .... کہتے ہیں۔

(A) اساس (B) مجذور (C) عددی سر (D) درجہ

41- مقدار اصم $\sqrt[n]{a}$ میں ناطق عدد 'a' کو کہتے ہیں۔

(A) اساس (B) مجذور (C) عددی سر (D) درجہ

42- $\sqrt[3]{7}$ .... درجے کی مقدار اصم ہے۔

(A) پہلے (B) دوسرے (C) تیسرے (D) چوتھے

43- ایسی مقدار اصم جس میں ایک ہی رقم موجود ہو .... مقدار اصم کہلاتی ہے۔

(A) یک رقمی (B) دو رقمی (C) سہ رقمی (D) چار رقمی

44- $\sqrt{3}$ .... مقدار اصم ہے۔

(A) یک رقمی (B) دو رقمی (C) سہ رقمی (D) چار رقمی

45- دو رقوم کے مجموعے یا فرق پر مشتمل جملہ جس کے دونوں ارکان یک رقمی مقدار اصم ہوں .... مقدار اصم کہلاتا ہے۔

(A) یک رقمی (B) دو رقمی (C) سہ رقمی (D) چار رقمی

46- $\sqrt{7}+\sqrt{3}$ مقدار اصم ہے۔

(A) یک رقمی (B) دو رقمی (C) سہ رقمی (D) چار رقمی

47- تین رقوم کے مجموعے یا فرق پر مشتمل جملہ جس کے تینوں ارکان یک رقمی مقدار اصم ہوں .... مقدار اصم کہلاتا ہے۔

(A) یک رقمی (B) دو رقمی (C) سہ رقمی (D) چار رقمی

48- جب کسی دو مقادیر اصم کا حاصل ضرب ایک ناطق عدد ہو تو ہر ایک مقدار اصم کو دوسرے کا ناطق .... کہا جاتا ہے۔

(A) حاصل ضرب (B) جزو ضربی (C) ضربی معکوس (D) قوت نما

49- درجہ دوم کے دو رقمی مقادیر اصم جو ایک ہی مقداروں پر مشتمل ہوں اور جن کے درمیان علامات مختلف ہوں اور دونوں رقوں میں کم از کم ایک رقم مقدار اصم ہو .... مقادیر اصم کہلاتی ہیں۔

(A) مزدوج (B) مجذور (C) ایک رقمی (D) جذری

50- $(\sqrt{x}+\sqrt{y})$ اور $(\sqrt{x}-\sqrt{y})$ ایک دوسرے کے .... مقادیر اصم ہیں۔

(A) مزدوج (B) مجذور (C) یک رقمی (D) جذری

51- $2+\sqrt{7}$ کا زوج ہے۔

(A) $-2+\sqrt{7}$ (B) $-2-\sqrt{7}$ (C) $+2+\sqrt{7}$ (D) $2-\sqrt{7}$

52- $3-\sqrt{5}$ کا زوج ہے۔

(A) $-3+\sqrt{5}$ (B) $3+\sqrt{5}$ (C) $+3-\sqrt{5}$ (D) $-3-\sqrt{5}$

-53 $a-\sqrt{b}$ کا زوج ہے۔

(A) $-a-\sqrt{b}$ (B) $a+\sqrt{b}$ (C) $-a+\sqrt{b}$ (D) $+a-\sqrt{b}$

-54 اگر $x=2-\sqrt{3}$ ہو تو $\frac{1}{x}=?$ ہوگا۔

(A) $-2-\sqrt{3}$ (B) $-2+\sqrt{3}$ (C) $2+\sqrt{3}$ (D) $-\sqrt{3}$

-55 اگر $x=\sqrt{3}+2$ ہو تو $\frac{1}{x}=?$ ہوگا۔

(A) $2-\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}-2$ (C) 4 (D) $\sqrt{3}$

جوابات:

-1 الجبرا	-2 الجبری جملہ	-3 الجبری جملے	-4 کثیررقمی
-5 قوت نما	-6 $\frac{p(x)}{q(x)}$	-7 شمار کنندہ	-8 مخرج
-9 ناطق	-10 $p(x)s(x)=q(x)r(x)$	-11 $\frac{p(x)}{q(x)}$	-12 $\frac{p(x)}{q(x)}+\frac{r(x)}{s(x)}$
-13 $\frac{p(x)}{q(x)}-\frac{r(x)}{s(x)}$	-14 $\frac{p(x)}{q(x)}\times\frac{r(x)}{s(x)}$	-15 $\frac{p(x)}{q(x)}\times\frac{s(x)}{r(x)}$	-16 $\frac{-p(x)}{q(x)}$
-17 $\frac{q(x)}{p(x)}$	-18 $4xz^2$	-19 $(x+1)^2$	-20 $x-y$
-21 $\frac{3(x+3)}{5(x-3)}$	-22 $\frac{1}{2}$	-23 21	-24 $\frac{3}{5}$
-25 -11	-26 $a^2+2ab+b^2$	-27 $a^2-2ab+b^2$	-28 $2(a^2+b^2)$
-29 $4ab$	-30 $(a+b+c)^2$	-31 $(a+b)^3$	-32 $(a-b)^3$
-33 a^3+b^3	-34 a^3-b^3	-35 x^8-y^8	-36 2
-37 مقدار اصم	-38 ناطق	-39 غیر ناطق	-40 درجہ
-41 مجذور	-42 تیسرے	-43 یک رقمی	-44 یک رقمی
-45 دو رقمی	-46 دو رقمی	-47 سہ رقمی	-48 جزو ضربی
-49 مزدوج	-50 مزدوج	-51 $2-\sqrt{7}$	-52 $3+\sqrt{5}$
-53 $a+\sqrt{b}$	-54 $2+\sqrt{3}$	-55 $2-\sqrt{3}$	

☆ **سوالات کے مختصر جوابات تحریر کریں۔**

-1 الجبرا کی تعریف کریں۔

جواب: حسابیات کے تعمیمی اطلاق کو الجبرا کہتے ہیں۔

-2 الجبری جملہ کی تعریف کریں۔

جواب: الجبری رقوم کو جمع اور تفریق کے عوامل کے ذریعے ملانے سے الجبری جملہ حاصل ہوتا ہے۔

-3 الجبری جملے کی دو مثالیں دیں۔

جواب: $5x^2 - 3x + \frac{2}{\sqrt{x}}$ اور $x^2 - 3x + \sqrt{2}$ الجبری جملے کی مثالیں ہیں۔

-4 کثیر رقمی جملہ کیا ہوتا ہے؟

جواب: ایک متغیر x میں کثیر رقمی جملہ درج ذیل کی قسم کا الجبری جملہ ہوتا ہے۔

$$P(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots\ldots + a_1x + a_0,\ a_n \neq 10$$

جس میں n ایک غیر منفی صحیح عدد ہے اور متغیر x کا سب سے بڑا قوت نما ہے اور کثیر رقمی کا درجہ (ڈگری) کہلاتا ہے یعنی مندرجہ بالا کثیر رقمی جملہ ایک متغیر x میں nth درجے کی کثیر رقمی ہے۔

-5 ناطق جملے کی تعریف کریں۔

جواب: ایسا جملہ جو $\frac{p(x)}{q(x)}$ کی شکل میں لکھا جا سکے جبکہ p(x) اور q(x) متغیر x میں کثیر رقمیاں ہوں اور $q(x) \neq 0$، ناطق جملہ کہلاتا ہے۔

-6 ناطق جملے کی دو مثالیں لکھیں۔

جواب: $\frac{2x+1}{3x+5}$ اور $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9}$ ناطق جملے کی مثالیں ہیں۔

-7 شمار کنندہ اور مخرج میں کیا فرق ہے؟

جواب: ناطق جملہ $\frac{p(x)}{q(x)}$ میں p(x) کو شمار کنندہ اور q(x) کو مخرج یا نسب نما کہتے ہیں۔

-8 ناطق جملوں کی برابری کی خصوصیت لکھیں۔

جواب: ناطق جملوں کی برابری $\frac{p(x)}{q(x)} = \frac{r(x)}{s(x)} \Leftrightarrow p(x)s(x) = q(x)r(x)$

-9 ناطق جملوں کی تنسیخی خاصیت درج کریں۔

جواب: تنسیخی خاصیت $\frac{p(x)k}{q(x)k} = \frac{p(x)}{q(x)}$

-10 ناطق جملوں کی جمع کی خصوصیت لکھیں۔

جواب: ناطق جملوں کی جمع $\frac{p(x)}{q(x)} + \frac{r(x)}{s(x)} = \frac{p(x)s(x)+q(x)r(x)}{q(x)s(x)}$

-11 ناطق جملوں کی تفریق کی خصوصیت لکھیں۔

جواب: ناطق جملوں کی تفریق $\frac{p(x)}{q(x)} - \frac{r(x)}{s(x)} = \frac{p(x)s(x)-q(x)r(x)}{q(x)s(x)}$

-12 ناطق جملوں کی ضرب کی خصوصیت لکھیں۔

جواب: ناطق جملوں کی ضرب $\frac{p(x)}{q(x)} \cdot \frac{r(x)}{s(x)} = \frac{p(x)r(x)}{q(x)s(x)}$

13- ناطق جملوں کی تقسیم کی خصوصیت لکھیں۔

جواب: ناطق جملوں کی تقسیم $\frac{p(x)}{q(x)} \div \frac{r(x)}{s(x)} = \frac{p(x)}{qx} \cdot \frac{s(x)}{r(x)} = \frac{p(x)s(x)}{q(x)r(x)}$

14- $\frac{p(x)}{q(x)}$ کا جمعی معکوس کیا ہوگا؟

جواب: $\frac{p(x)}{q(x)}$ کا جمعی معکوس $-\frac{p(x)}{q(x)}$ ہوگا۔

15- $\frac{p(x)}{q(x)}$ کا ضربی معکوس کیا ہوتا ہے؟

جواب: $\frac{p(x)}{q(x)}$ کا ضربی معکوس $\frac{q(x)}{p(x)}$ ہوتا ہے جبکہ $p(x) \neq 0, q(x) \neq 0$

16- ناطق جملہ مختصر ترین شکل میں کب ہوگا؟

جواب: ناطق جملہ $\frac{p(x)}{q(x)}$ اپنی مختصر ترین شکل میں ہوگا۔ اگر

(i) $p(x)$ اور $q(x)$ کے تمام عددی سر صحیح اعداد ہوں۔ (ii) $p(x)$ اور $q(x)$ میں کوئی جزو ضربی مشترک نہ ہو۔

17- کسی ناطق جملے کو اس کی مختصر ترین شکل میں لانے کا کیا طریق کار ہے؟

جواب: ناطق الجبری جملے $\frac{p(x)}{q(x)}$ کو اس کی مختصر ترین شکل میں تبدیل کرنے کے لیے سب سے پہلے $p(x)$ اور $q(x)$ دونوں کی تجزی کریں۔ پھر ان کے مشترک اجزائے ضربی کی تنسیخ کریں۔

18- الجبری جملے کی قیمت سے کیا مراد ہے؟

جواب: ایک یا ایک سے زیادہ متغیرات پر مشتمل الجبری جملہ میں متغیرات کی جگہ ان کی مخصوص قیمتیں درج کی جائیں تو حاصل ہونے والا عدد الجبری جملہ کی قیمت کہلاتا ہے۔

19- $\frac{25x^3y^6z^9}{5xyz^2}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیں۔

جواب: $\frac{25^5 x^3y^6z^9}{5xyz^2} = 5x^3.x^{-1}.y^6.y^{-1}.z^9.z^{-2} = 5x^{3-1}.y^{6-1}.z^{9-2} = 5x^2y^5z^7$

20- $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیں۔

جواب: $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4} = \frac{(x)^2+2(x)(2)+(2)^2}{(x^2)-(2)^2} = \frac{(x+2)^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x+2)}{(x-2)}$

21- $\frac{x}{x^2-4}+\frac{1}{x+2}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیں۔

جواب: $\frac{x}{x^2-4}+\frac{1}{x+2} = \frac{x}{(x)^2-(2)^2}+\frac{1}{x+2} = \frac{x}{(x+2)(x-2)}+\frac{1}{x+2}$

$$= \frac{x+1(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+x-2}{(x+2)(x-2)} = \frac{2x-2}{(x+2)(x-2)} = \frac{2(x-1)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{2(x-1)}{x^2-4}$$

-22 $\frac{14xy}{x^2+4x+4} \div \frac{21y}{x+2}$ کو مختصر ترین شکل میں لکھیں۔

جواب:

$$\frac{14xy}{x^2+4x+4} \times \frac{x+2}{21y} = \frac{{}^2\cancel{14}x\cancel{y}}{x^2+2(x)(2)+(2)^2} \times \frac{x+2}{\cancel{21}_3\cancel{y}}$$

$$= \frac{2x}{(x+2)^{\cancel{2}}} \times \frac{\cancel{(x+2)}}{3} = \frac{2x}{3(x+2)} = \frac{2x}{3x+6}$$

-23 $(x-y)(x^2+xy+y^2)$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $y = 2, x = -1$ ہے۔

جواب:

$(x-y)(x^2+xy+y^2)$

دی گئی قیمتیں $y = 2, x = -1$ درج کرنے سے

$$= (-1-2)[(-1)^2+(-1)(2)+(2)^2]$$
$$= (-3)(1-2+4)$$
$$= (-3)(5-2)$$
$$= (-3)(3) = -9$$

-24 $8x^3 + 64y^3$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$8x^3+64y^3 = (2x)^3+(4y)^3$$
$$= (2x+4y)[(2x)^2-(2x)(4y)+(4y)^2]$$
$$= (2x+4y)(4x^2-8xy+16y^2)$$

-25 کلیات $(a \mp b)^2 = ?$ کو مکمل کریں۔

جواب:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

-26 کلیات $(a \pm b)^3 = ?$ کو مکمل کریں۔

جواب:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3ab(a-b) - b^3$$

-27 کلیات $(a+b)^2 \pm (a-b)^2 = ?$ کو مکمل کریں۔

جواب:

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$$
$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

-28 کلیہ $(a+b+c)^2 = ?$ کو مکمل کریں۔

جواب:

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

-29 کلیات $(a^3 \pm b^3) = ?$ کو مکمل کریں۔

جواب:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

-30 اگر a+b=3 اور a−b=1 ہو تو (a^2+b^2) کی قیمت معلوم کریں۔

جواب:

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$$
$$(3)^2 + (1)^2 = 2(a^2+b^2)$$
$$9 + 1 = 2(a^2+b^2)$$
$$\frac{10}{2} = a^2+b^2$$
$$5 = a^2+b^2$$

یا

$$a^2+b^2 = 5$$

-31 اگر a+b=5 اور a − b = −2 ہو تو 4ab کی قیمت معلوم کریں۔

جواب:

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$
$$(5)^2 - (-2)^2 = 4ab$$
$$25 - 4 = 4ab$$

یا

$$4ab = 21$$

-32 مقدار اصم کی تعریف کریں۔

جواب: ایسی غیر ناطق مقدار (یا جملہ) جس میں جذری علامت $\sqrt{\ }$ کے نیچے ناطق مقدار درج ہو، اسے مقدار اصم کہتے ہیں۔

-33 مقدار اصم کی دو مثالیں لکھیں۔

جواب: $\sqrt[3]{10}$ اور $\sqrt{\frac{3}{7}}$ مقدار اصم کی مثالیں ہیں۔

-34 $\sqrt{\pi}$ مقدار اصم ہے یا نہیں؟

جواب: $\sqrt{\pi}$ مقدار اصم نہیں ہے کیونکہ π ناطق عدد نہیں ہے۔

-35 مقدار اصم کا درجہ کیا ہوتا ہے؟

جواب: مقدار اصم $\sqrt[n]{a}$ میں n کو مقدار اصم کا درجہ کہتے ہیں۔ اور ناطق عدد 'a' کو مجذور کہتے ہیں۔

-36 $\sqrt{7}\sqrt{14}$ کو سادہ ترین شکل میں لکھیں۔

جواب:

$$\sqrt{7}\sqrt{14} = \sqrt{7}\sqrt{7\times2} = \sqrt{7}.\sqrt{7}.\sqrt{2}$$
$$= (\sqrt{7})^2.\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

-37 یک رتی مقدار اصم کی تعریف کریں۔

جواب: ایسی مقدار اصم جس میں ایک رقم موجود ہو یک رتی مقدار اصم کہلاتی ہے۔

-38 یک رتی مقدار اصم کی دو مثالیں دیں۔

جواب: $\sqrt{2}$ اور $\sqrt{3}$ یک رتی مقدار اصم کی دو مثالیں ہیں۔

-39 دو رتی مقدار اصم کی تعریف کریں۔

جواب: دو رقوم کے مجموعہ یا فرق پر مشتمل جملہ جس کے دونوں ارکان یک رتی مقدار اصم ہوں یا یہ جملہ یک رتی مقدار اصم اور ایک ناطق عدد کا مجموعہ ہو، دو رتی مقدار اصم کہلاتا ہے۔

40- دورقمی مقدار اصم کی دو مثالیں لکھیں۔

جواب: $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ اور $11+\sqrt{2}$ دورقمی مقدار اصم کی دو مثالیں ہیں۔

41- سہ رقمی مقدار اصم سے کیا مراد ہے؟

جواب: تین رقوم کے مجموعہ یا فرق پر مشتمل جملہ جس کے تینوں ارکان یک رقمی مقدار اصم ہوں سہ رقمی مقدار اصم کہلاتا ہے۔

42- سہ رقمی مقدار اصم کی دو مثالیں لکھیں۔

جواب: $\sqrt{2}+\sqrt{3}+3$ اور $\sqrt{11}+\sqrt{7}+\sqrt{5}$ سہ رقمی مقدار اصم کی دو مثالیں ہیں۔

43- ناطق جز وضربی سے کیا مراد ہے؟

جواب: جب کسی دو مقادیر اصم کا حاصل ضرب ایک ناطق عدد ہو تو ہر ایک مقدار اصم کو دوسرے کا ناطق جز وضربی کہا جاتا ہے۔

44- ناطق بنانے کے طریقے سے کیا مراد ہے؟

جواب: کسی دی گئی مقدار اصم کو اس کے ناطق جز وضربی سے ضرب دے کر ایک ناطق عدد حاصل ضرب کے طور پر حاصل کرنے کے عمل کو ناطق بنانے کا طریقہ کہتے ہیں۔

45- مزدوج مقادیر اصم سے کیا مراد ہے؟

جواب: درجہ دوم کے دورقمی مقادیر اصم جو ایک ہی مقداروں پر مشتمل ہوں اور جن کے درمیان علامات مختلف ہوں اور دونوں رقموں میں کم از کم ایک رقم مقدار اصم ہو مزدوج مقادیر اصم کہلاتی ہیں۔

46- مزدوج مقادیر اصم کی دو مثالیں دیں۔

جواب: $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$ اور $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$ ایک دوسرے کے مزدوج مقادیر اصم ہیں اور $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)$ اور $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)$ ایک دوسرے کے مزدوج مقادیر اصم کی مثالیں ہیں۔

47- $\frac{3}{4\sqrt{2}}$ کے مخرج کو ناطق بنائیے۔

جواب:

$$\frac{3}{4\sqrt{2}}=\frac{3}{4\sqrt{2}}\times\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=\frac{3\times4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times4\sqrt{2}}$$

$$=\frac{{}^{3}\cancel{12}\sqrt{2}}{{}_{4}\cancel{16}(\cancel{\sqrt{2}})^{\cancel{2}}}=\frac{3\sqrt{2}}{4\times2}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$$

48- $\frac{8}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ کے مخرج کو ناطق بنائیے۔

جواب:

$$\frac{8}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{8}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{8(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\cancel{\sqrt{5}})^{\cancel{2}}-(\cancel{\sqrt{3}})^{\cancel{2}}}$$

$$=\frac{8(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}=\frac{{}^{4}\cancel{8}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{\cancel{2}}$$

$$=4(\sqrt{5}+\sqrt{3})$$

-49 $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ کے مخرج کو ناطق بنائیے۔

جواب:

$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{7-3} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{4}$$

-50 اگر $x = 4-\sqrt{15}$ ہو تو $\frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کریں۔

جواب:

$$x = 4-\sqrt{15}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4-\sqrt{15}} = \frac{1}{4-\sqrt{15}} \times \frac{4+\sqrt{15}}{4+\sqrt{15}} = \frac{4+\sqrt{15}}{(4)^2-(\sqrt{15})^2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{4+\sqrt{15}}{16-15} = 4+\sqrt{15}$$

-51 اگر $x = \sqrt{3}+2$ ہو تو $\frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کریں۔

جواب:

$$x = \sqrt{3}+2$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{1}{\sqrt{3}+2} \times \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3})^2-(2)^2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3}-2}{3-4} = \frac{\sqrt{3}-2}{-1} = -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

-52 $\frac{1}{a-b}-\frac{1}{a+b}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔

جواب:

$$\frac{1}{a-b}-\frac{1}{a+b} = \frac{(a+b)-(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{a+b-a+b}{(a-b)(a+b)} = \frac{2b}{(a-b)(a+b)}$$

-53 کثیر رقمی $x^2y^2+3xy+y^3$ کا درجہ کیا ہے؟

جواب: $x^2y^2+3xy+y^3$ کا درجہ 4 ہے۔

-54 مقدار اصم $\sqrt[3]{y}$ کا درجہ کیا ہے؟

جواب: $\sqrt[3]{y}$ کا درجہ 3 ہے۔

-55 مختصر کریں۔ $(x+y)(x-y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$

جواب:

$$= (x+y)(x-y)[(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2]$$

$$= (x+y)(x-y)(x-y)$$

$$= (x+y)(x-y)^2$$

*****